

Temat: Powtórzenie i utrwalenie wiadomości o potęgach i pierwiastkach.

Witajcie. Dział "Potęga i pierwiastek" kończymy tematem podsumowującym. Myszę, że zagadnienia zostały przez Was opanowane. Zachęcam do rozwiązywania zadań utrwalających i przesyłania ich do mnie (można uzyskać dodatkową ocenę). Chciałbym w punktach wypisać podstawowe zagadnienia omawiane przez nas w trakcie realizacji działu.

1. Potęga o wykładniku naturalnym - musicie opanować umiejętność wykonywania potęgowania (kwadrat i sześcian liczb);

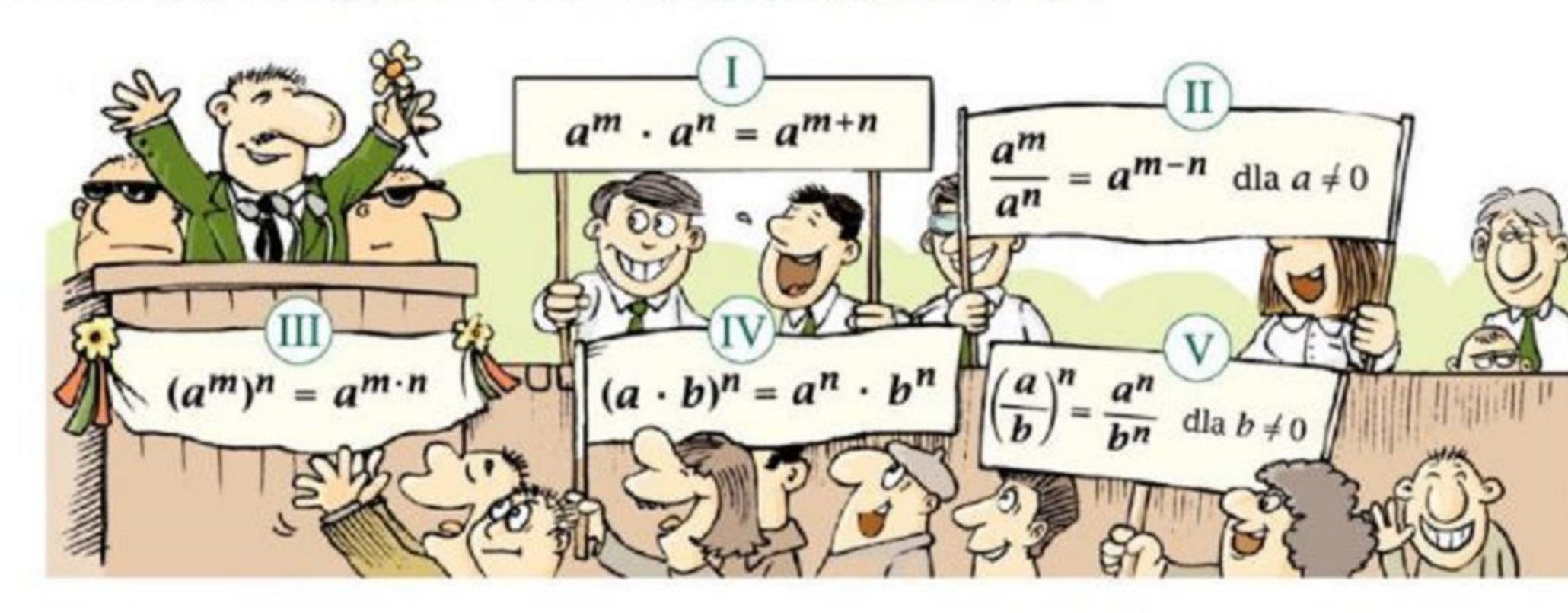
[Link do filmu utrwalającego](#)

Przykłady:

$2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$
 $6^0 = 1$ z definicji: $a^0 = 1$
 $\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{27}$
 $(0,1)^4 = 0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,1 = 0,0001$
 $\left(2\frac{1}{2}\right)^2 = 2\frac{1}{2} \cdot 2\frac{1}{2} = \frac{5}{2} \cdot \frac{5}{2} = \frac{25}{4} = 6\frac{1}{4}$
 $0^5 = 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0$
 $(-6)^2 = (-6) \cdot (-6) = 36$ $(-) \cdot (-) = (+)$
 $(-3)^4 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = 81$
 $(-2)^6 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 64$
 $(-5)^3 = (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) = -125$ $(-) \cdot (+) = (-)$
 $(-2)^5 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -32$
 $(-1)^7 = (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = -1$

a) $3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$
 b) $0^{10} = 0$
 c) $\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$
 d) $\left(-2\frac{1}{4}\right)^2 = \left(-\frac{9}{4}\right) \cdot \left(-\frac{9}{4}\right) = \frac{81}{16}$ Liczbę mieszaną zamieniam na ułamek niewłaściwy.
 $(-) \cdot (-) = (+)$ albo: wykładnik jest liczbą parzystą, wynik jest dodatni.
 e) $(-0,2)^5 = (-0,2) \cdot (-0,2) \cdot (-0,2) \cdot (-0,2) \cdot (-0,2) = -0,008$ Wykładnik jest liczbą nieparzystą, wynik jest ujemny.
 f) $(-1)^{23} = -1$ wykładnik nieparzysty, wynik ujemny
 g) $(-1)^{40} = 1$ wykładnik parzysty, wynik dodatni
 h) $\left(-1\frac{1}{5}\right)^3 = \left(-\frac{6}{5}\right) \cdot \left(-\frac{6}{5}\right) \cdot \left(-\frac{6}{5}\right) = -\frac{216}{125}$ Liczbę mieszaną zamieniam na ułamek niewłaściwy: $1 \cdot 5 + 1 = 6$.

2. Własności potęg - zapamiętaj podstawowe własności potęg i wykorzystaj je w obliczeniach:



Znasz już pięć wzorów dotyczących działań na potęgach. Stosując te wzory, można uprościć wiele na pozór skomplikowanych obliczeń.

Przykłady:

Zad. Zapisz w jak najprostszej postaci.

$\frac{4^5 \cdot 4^3 + (4^2)^5 \cdot (4^2)^3}{(4^2)^5} = \frac{4^8 + 4^5 \cdot 4^6}{4^5} = \frac{4^8 + 4^{11}}{4^5} = 4^3 + 4^6 = 64 + 4096 = 4160$
 $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
 $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
Zmiana ułamku

Zad. Doprowadź do najprostszej postaci.

$30^7 : 3^7 = (10^7 \cdot 3^7) : 3^7 = \frac{10^7 \cdot 3^7}{3^7} = 10^7 = 10000000$
 $\left(\frac{1}{3}\right)^{10} : 30^7 = 10^7 : 3^{10} = 10^7 : 59049 = \frac{10^7}{59049}$
 $30^7 : 3^7 = (10^7 \cdot 3^7) : 3^7 = 10^7 = 10000000$
 $a^m : a^n = a^{m-n}$
 $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
 $a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$
 $\left(\frac{a^m}{b^m}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m \cdot n}$

Zad. Rozwiąż korzystając z własności potęgowania.

1. $\frac{2^5 \cdot 3^5}{2^3 \cdot 3^3} = \frac{2^2 \cdot 3^2}{1} = 4 \cdot 9 = 36$
 2. $\frac{3^5 \cdot 3^5}{3^5 \cdot 3^5} = 1$
 $a^m : a^n = a^{m-n}$
 $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
 $\frac{a^m \cdot b^m}{c^m} = \left(\frac{a \cdot b}{c}\right)^m$

Zad. Zapisz w jak najprostszej postaci.

$\frac{3^{60} \cdot 5^{60}}{15^{30}} = \frac{(3 \cdot 5)^{60}}{15^{30}} = \frac{15^{60}}{15^{30}} = 15^{30}$
 $\frac{3^{60} \cdot 5^{60}}{15^{30}} = \frac{3^{60} \cdot 5^{60}}{(3 \cdot 5)^{30}} = \frac{3^{60} \cdot 5^{60}}{3^{30} \cdot 5^{30}} = 3^{30} \cdot 5^{30}$

$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
 $a^n : a^m = a^{n-m}$
 $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
 $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$
 $\left(\frac{a^n}{b^n}\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n \cdot m}$

matfiz24.pl

3. Notacja wykładnicza - zapisywanie dużych liczb w notacji wykładniczej - mnożenie wielkości zapisanych w notacji wykładniczej.

[Link do filmiku utrwalającego](#)

Przykłady:

Zapisz w postaci notacji wykładniczej
Spróbuj sam!

$680000000 = 6,8 \cdot 10^8$
 $725000000000 = 7,25 \cdot 10^{11}$
 $0,00000004567 = 4,567 \cdot 10^{-8}$
 $0,0000000020002 = 2,0002 \cdot 10^{-9}$
 $4500000 = 4,5 \cdot 10^6$
 $0,000000000000000125 = 1,25 \cdot 10^{-16}$

PRZYKŁADY.

PRZYKŁAD 1. Wykonaj obliczenia, wyek zapisz w notacji wykładniczej:

$(2,5 \cdot 10^2) \cdot (8 \cdot 10^{-3}) = 2,5 \cdot 10^2 \cdot 8 \cdot 10^{-3} = 2,5 \cdot 8 \cdot 10^{2+(-3)} = 2 \cdot 10^{-1}$

$(6,4 \cdot 10^3) : (5,2 \cdot 10^{-4}) = \frac{6,4 \cdot 10^3}{5,2 \cdot 10^{-4}} = \frac{6,4}{5,2} \cdot 10^{3-(-4)} = 1,23 \cdot 10^7$

$\frac{4 \cdot 10^{15} \cdot 10^{15}}{10^{15}} = \frac{4 \cdot 10^{30}}{10^{15}} = 4 \cdot 10^{15}$

4. Pierwiastek kwadratowy i sześcienny. Wykonywanie działań na pierwiastkach:

[Link do filmiku utrwalającego](#)

Przykłady:

$\sqrt{4} = 2$	bo $2^2 = 4$
$\sqrt{9} = 3$	bo $3^2 = 9$
$\sqrt{25} = 5$	bo $5^2 = 25$
$\sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}$	bo $\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$
$\sqrt{0} = 0$	bo $0^2 = 0$
$\sqrt{6\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2}$	bo $\left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4} = 6\frac{1}{4}$
$\sqrt{0,01} = 0,1$	bo $0,1^2 = 0,01$
$\sqrt[3]{27} = 3$	bo $3^3 = 27$
$\sqrt[3]{8} = 2$	bo $2^3 = 8$
$\sqrt[3]{\frac{1}{125}} = \frac{1}{5}$	bo $\left(\frac{1}{5}\right)^3 = \frac{1}{125}$
$\sqrt[3]{0,001} = 0,1$	bo $0,1^3 = 0,001$
$\sqrt[3]{3\frac{3}{8}} = \sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \frac{3}{2}$	bo $\left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{27}{8} = 3\frac{3}{8}$
$\sqrt{6,25} = 2,5$	bo $(2,5)^2 = 6,25$
$\sqrt{0,49} = 0,7$	bo $0,7^2 = 0,49$
$\sqrt{\frac{400}{81}} = \frac{20}{9}$	bo $\left(\frac{20}{9}\right)^2 = \frac{400}{81}$
$\sqrt[3]{\frac{1}{216}} = \frac{1}{6}$	bo $\left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{1}{216}$
$\sqrt[3]{11\frac{1}{9}} = \sqrt[3]{\frac{100}{9}} = \frac{10}{3}$	bo $\left(\frac{10}{3}\right)^3 = \frac{1000}{27} = 11\frac{1}{9}$

5. Własności pierwiastków - zastosowanie.

$\sqrt{25 \cdot 49} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{49} = 5 \cdot 7 = 35$

Nie mnożę 25 · 49 tylko obliczam osobno pierwiastki każdej z liczb. Stosuję wzór: $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$.

$\sqrt{100 \cdot 16} = \sqrt{100} \cdot \sqrt{16} = 10 \cdot 4 = 40$

Zauważ, że gdybyśmy pomnożyli liczby podpierwiastkowe 25 · 49 = 1225, to trudno byłoby obliczyć $\sqrt{1225}$. Stosowanie podanych wyżej wzorów upraszcza rachunki.

$\sqrt{0,01 \cdot 0,36} = \sqrt{0,01} \cdot \sqrt{0,36} = 0,1 \cdot 0,6 = 0,06$

Pierwiastek z iloczynu zapisuję jako iloczyn pierwiastków z czynników.

$\sqrt[3]{8 \cdot 125} = \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{125} = 2 \cdot 5 = 10$

Stosuję wzór: $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$.

$\sqrt[3]{27 \cdot 64} = \sqrt[3]{27} \cdot \sqrt[3]{64} = 3 \cdot 4 = 12$

Obliczam pierwiastki.

1. SPOSÓB

$5\sqrt{2} = 5 \cdot \sqrt{2} = \sqrt{5^2 \cdot 2} = \sqrt{50}$
 $3\sqrt{7} = 3 \cdot \sqrt{7} = \sqrt{3^2 \cdot 7} = \sqrt{63}$
 $8\sqrt{5} = \sqrt{8^2 \cdot 5} = \sqrt{64 \cdot 5} = \sqrt{320}$
 $2\sqrt{3} = \sqrt{2^2 \cdot 3} = \sqrt{4 \cdot 3} = \sqrt{12}$
 $6\sqrt{2} = \sqrt{6^2 \cdot 2} = \sqrt{36 \cdot 2} = \sqrt{72}$

Uwaga. Na podstawie powyższych wiadomości wykonaj zadania utrwalające. Można Przesłać na mój adres i uzyskać dodatkową ocenę